

# 开放经济、比特币流动与资本外逃研究

刘 壮<sup>1</sup>, 袁 磊<sup>2</sup>

(1. 清华大学五道口金融学院, 北京 100083; 2. 中央财经大学中国经济与管理研究院, 北京 100081)

**摘 要:** 文章将 Schilling 和 Uhlig (2018) 的封闭经济模型拓展至小型开放经济环境, 在新的环境条件下, 该模型的均衡及均衡性质有所改变。研究发现: 小型开放经济下国内外的比特币购买力相同, 从小型开放经济均衡阐释了比特币在国内外无套利理论与一价定律; 小型开放经济下法币的资本控制会使国内比特币价格上升, 从比特币贸易的角度阐述了一国的资本控制程度与比特币定价之间的关系; 小型开放经济下过度的比特币流出带来国内比特币价格上升和福利损失, 为比特币渠道资本外逃与比特币溢价之间的联系与传导机制提供了理论解释。通过研究, 文章提出包括比特币在内的数字货币的发展, 都应当受到严格的监管和严密的监控, 必须严防这类新兴事物可能产生的金融风险。

**关键词:** 开放经济; 比特币; 资本外逃; 资本控制

中图分类号: F062.6

文献标识码: A

文章编号: 1004-292X(2019)12-0075-09

## Open Economy, Bitcoin and Capital Flight

LIU Zhuang<sup>1</sup>, YUAN Lei<sup>2</sup>

(1. PBC School of Finance, Tsinghua University, Beijing100083, China; 2. China Economics and Management Academy, Central University of Finance and Economics, Beijing100081, China)

**Abstract:** This study expands and applies the closed economy model in Schilling and Uhlig (2018) to a small open economy, and the equilibriums and their nature in the new environment condition have changed. Further findings have got in a small open economy environment. First, the purchasing power of Bitcoin domestically and globally is the same under the small open economy, which explains the arbitrage-free theory and the law of one piece of Bitcoin market from the equilibrium of the small open economy. Second, the capital control of fiat money can increase the price of Bitcoin in China, which describes the relationship between the strength of capital control and the price premium of Bitcoin. Third, excessive outflow of Bitcoin may lead to the rise of Bitcoin price and the loss of welfare in China, which provides theoretical basis for the relationship and transmission mechanism between capital flight through Bitcoin channel and the price premium of Bitcoin. According to the findings, this study suggests that the development of digital currency including Bitcoin should be supervised strictly to preventing the financial system from new uncertain risks

**Keywords:** Open economy; Bitcoin; Capital flight; Capital control

### 一、引言

比特币诞生已经十年有余, 这十年间, 比特币被公众所知晓, 也受到了投机者的追捧和犯罪者的青睐, 比特币价格曾疯狂过, 比特币投机曾风靡过, 利用比特币进行的洗钱、资本外逃等犯罪活动也层出不穷。2017年12月, 比特币价格达到了近2万美元的峰值(BitcoinCharts), 仅场内交易的日成交量也曾达到238.41亿美元的巅峰(CoinMarketCap)。Foley et al. (2018)的研究显示, 高达25%的比特币用户、50%的交易频次、20%的交易量和51%的持有量都与非法活动相关, Yelowitz and

Matthew(2015)认为, 非法交易甚至是推高比特币热度的主要因素。比特币交易成本低、速度快、规模大, 在一些资本控制国家形成了比特币渠道的资本外逃(Ju et al., 2016; Yu and Zhang, 2017), 甚至带来了严重的短期国际资本异常流动, Pieters(2016)的研究显示, 泰国在2014年5月军事政变期间、波兰在2014年12月俄罗斯金融市场暴跌期间、南非在2015年4月骚乱期间和波兰在2015年5月大选期间, 均出现了本国资本借助比特币异常流出的迹象, 这给防范金融风险与维护金融稳定带来很大隐患(Obstfeld, 2012)。比特币不但冲击着传统的金

收稿日期: 2019-05-07

作者简介: 刘 壮 (1989-), 男, 山东青岛人, 博士, 主要从事新结构金融学、金融科技研究;

袁 磊 (1989-), 男, 山东青岛人, 博士研究生, 研究方向: 数字货币与资金跨境流动。

融风险防范体系，也为相关的学术研究带来了挑战。在这一背景下，我们尝试借以一个小型开放经济的框架，分析比特币在开放经济环境下参与者效用、比特币流动和比特币价格的变化情况，并考察比特币的持续流出对其价格和参与者效用的影响，为分析比特币渠道资本外逃提供有益借鉴。

比特币领域的学术研究主要集中于实证研究，如以比特币为工具的洗钱和非法交易(Christin, 2013; Foley et al., 2018)、比特币市场溢价和交易分析(Pieters and Vivanco, 2017; Pieters, 2017)、比特币溢价指示资本控制与资本外逃(Ju et al., 2016; Pieters, 2016; Yu and Zhang, 2017)等，很少有学者将比特币引入理论模型进行讨论，有限的相关研究有如下几篇：

Garratt 和 Wallace(2018)以无限期的 OLG 模型，刻画了在美元和比特币两种货币下投资者效用最大化的决策。在他们构建的模型框架中，存在无限的离散期，每一代人存活两期，每一期有着不同的禀赋，他们面临这一预算约束，在青年期进行消费与储蓄的决策，以确保在两期中尽可能拥有更多的消费品，达到终生效用最大化。他们起步于单一货币——比特币体系，逐步引入美元和美元的储存成本，使模型由简单到复杂，由抽象到具体。他们讨论了比特币有正价值、无价值、先有价值后无价值、先有价值后以一定概率无价值 4 种情况下的均衡存在情况，答案分别是：可能存在、存在、不存在和有条件的存在。他们假设比特币存量恒定不变，而没有考虑比特币的生产供给。

Schilling 和 Uhlig(2018)的模型考虑到了新的比特币产出。他们在模型中引入两类参与者，分别命名为红色参与者和绿色参与者，红色参与者在奇数期消费、偶数期生产，绿色参与者则相反，在奇数期生产、偶数期消费。他们如此设置模型的原因是，此处只有一种商品的生产，只有生产和消费交替进行，才能产生交换。同时存在美元与比特币两种货币，美元存量受中央银行调控，每一期都有一定量的转移支付或应缴税费施加给参与者，以投放或回收美元流动性，比特币则以工作量证明的特定形式提供新的供给，不受政府调控。他们求解市场出清，讨论了模型均衡和均衡的若干性质，如：证明所有美元被消耗，求解美元注入量，给出比特币生产条件、比特币投机条件、无比特币投机条件等。传统模型往往使用一种货币和两种消费品的框架建模，Schilling 和 Uhlig(2018)的模型与之最大的区别是，他们使用两种货币（美元、比特币）和一种消费品的框架建模，这种情形下，他们以跨期消费边际效用无差异的最优化条件讨论均衡，而非边际效用之比等于边际价格之比这一最优化条件。

上述研究都以 OLG 模型为基础框架，在封闭经济条件下，将比特币以货币的角色引入模型，考虑了美元和比特币两种货币存在的情况，且模型中不考虑融资。他们的研究均仅限于一些性质的讨论，没有涉及到均衡求解，并且理论模型都是在封闭经济框架内进行研究，并没有考虑比特币的跨境流动。这种比特币跨境流动，一方面会给比特币系统带来更多的冲击，另一方面更是研究比特币渠道资本外逃所必须关注的问题，因此，把比特币置于开放经济环境中进行理论模型的研究，具有

重要的理论和实践意义，这也是我们所尝试的边际贡献。相对 Garratt 和 Wallace(2018)的研究，Schilling 和 Uhlig(2018)的模型更进一步，引入了比特币的生产，并假设始终存在美元与比特币两种货币，且对均衡性质的讨论更加充分，因此我们基于 Schilling 和 Uhlig(2018)模型，将封闭经济拓展为小型开放经济，考察我们所关心的比特币跨境流动问题。除了从封闭经济到小型开放经济的拓展以外，我们对 Schilling 和 Uhlig(2018)的模型进行了 10 处改进，见附录 1。

模型中的比特币，主要发挥以下三个作用：一是作为新的交换媒介，这一功能与法币相同，参与者持有法币和比特币，都可以用来交换消费品；二是满足储蓄和投机动机，法币的购买力由中央银行负责稳定，但比特币的购买力可能发生变化，我们在比特币的生产和投机条件中讨论了这种情况，在这些条件下，参与者基于效用最大化考虑，会选择生产或持有比特币以换取将来期更多的消费品；三是在资本控制国家沦为资本跨境流动的工具，比特币的跨境流动不受政府管制，可以自由进行，这是其广受诟病的特性之一，也是我们在研究中最为关心的问题。在小型开放经济中，法币与比特币主要有三点差异：一是总量，法币的总量受到中央银行控制，中央银行以物价稳定为目标，通过转移支付或征收税款来调节法币总量，有增有减，而比特币总量由市场机制调节，不受中央政府控制，增量以工作量证明机制产生，不会减少；二是购买力，由于中央银行的不断调控，法币购买力维持不变，而比特币的购买力可以随参与者行为变化而波动，比特币的生产、投机与流通条件，正是建立在购买力预期变化的基础之上；三是资本控制，法币可以存在资本控制，跨境流动受限，购买国外消费品要付出额外成本，而比特币不受任何控制，所以就没有资本控制的存在，比特币可以任意跨境流动，参与者可以使用比特币任意购买国外商品。

本研究的边际贡献在于，可能是首篇将比特币引入小型开放经济框架中进行讨论的文献。我们在 Schilling 和 Uhlig(2018)的封闭经济模型基础上进行了拓展，基于无穷期 OLG 模型框架，引入法币和比特币两种交换媒介，引入国内和国外两种消费品，分析了小型开放经济下的比特币生产条件、流通条件与投机条件，和比特币流出、定价与冲击等若干性质，为刻画比特币市场上的无套利理论与一价定律、阐述资本控制程度与比特币溢价之间关系、描述比特币渠道资本外逃与比特币溢价之间的联系与传导机制提供了理论依据。

## 二、封闭经济下模型构造

我们首先沿用 Schilling 和 Uhlig(2018)的设定搭建封闭经济下的一般化模型框架，并进行了上述改进，为模型简化和小型开放经济的拓展奠定基础。

### 1. 模型设置

$t=0, 1, \dots$  为离散时间， $\theta_t$  代表  $t$  期面临的随机冲击， $t$  期的信息集是  $t$  期及之前历史上所有随机冲击的函数，记为  $\theta^t = (\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_t)$ 。市场上存在连续统个参与者，分 I 型、II 型两种。II 型参与者以  $j \in [0, 1)$  表示，I 型参与者以  $j \in [1, 2]$  表示。II 型参与者在偶数期制造  $y_t$  单位个消费品（或表述为获得  $y_t$  单位

个消费品的禀赋)和  $A_{t,j}$  单位个比特币, I型参与者则在奇数期制造  $y_t$  单位个消费品和  $A_{t,j}$  单位个比特币。其中  $y_t = (\theta^t)$  且  $y_t \in [y, \bar{y}]$ ,  $0 < y < \bar{y}$ 。II型参与者只在奇数期消费, I型参与者只在偶数期消费, 如表1所示。两种参与者通过消耗不耐储藏的消费品来获得效用, 参与者  $j$  在  $t$  期耗用  $c_{t,j}$  个消费品, 获取  $\mu(c_{t,j})$  单位效用。参与者提供劳动  $e_{t,j}$  来获得新的比特币(即俗称的“挖矿”)会形成效用折损。效用函数  $u(\cdot)$  被设定为严格的增函数和凹函数。设定效用贴现率为  $\beta$ , 且  $0 < \beta < 1$ , 则参与者  $j$  的效用可表示为:

$$U = E \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[ \xi_{t,j} \mu(c_{t,j}) - (1 - \xi_{t,j}) e_{t,j} \right] \right\}$$

其中, 当  $t$  为奇数期时, 对所有 II 型参与者  $j \in [0, 1)$  来说  $\xi_{t,j} = 1$ ; 当  $t$  为偶数期时, 对所有 I 型参与者  $j \in [1, 2]$  来说  $\xi_{t,j} = 1$ , 其余时间  $\xi_{t,j} = 0$ , 如表1所示:

表1 不同参与者在奇数期和偶数期的行为与系数取值

	$t$ 为奇数期	$t$ 为偶数期
II型参与者 $j \in [0, 1)$	消费, $\xi_{t,j} = 1$	生产, $\xi_{t,j} = 0$
I型参与者 $j \in [1, 2]$	生产, $\xi_{t,j} = 0$	消费, $\xi_{t,j} = 1$

在只有一种消费品的非“double-coincidence of wants”框架下, 不能像传统模型那样假设两种参与者分别生产两种不同商品然后进行交换。因此 Schilling 和 Uhlig (2018) 设定两种参与者在不同期交替进行生产和消费。假定交易使用两种货币进行: 法币与比特币, 设  $t$  期法币存量为  $D_t$ ,  $t$  期比特币存量为  $B_t$ 。法币的存量受中央银行调控, 而比特币存量按其特有规则变化, 每一期以恒定速率递增。

中央银行的调控结果是: 奇数期对 II 型参与者、偶数期对 I 型参与者进行转移支付  $\tau_{t,j} = \tau(\theta^t)$ ,  $t$  代表期数。 $\tau_{t,j}$  可能大于零也可能小于零, 大于零代表补贴高于税赋, 小于零代表税赋高于补贴。

### 2. I型参与者的模型构造

I型参与者在奇数期生产, 偶数期消费。当 I 型参与者在偶数期  $t$  进入模型, 获得转移支付  $\tau_{t,j}$ , 于是他在  $t$  期持有的法币总量为:

$$D_{t,j} = D_{t-1,j} + \tau_{t,j}$$

这里要求  $D_{t,j} \geq 0$ 。每一期的法币存量可表示为:

$$D_t = D_{t-1} + \int_{j=0}^2 \tau_{t,j} dj$$

此时, I型参与者持有数量为  $D_{t,j}$  的法币和数量为  $B_{t,j}$  的比特币, 他将使用法币与比特币, 与在偶数期担任生产者的 II 型参与者交换消费品。记  $P_t = P(\theta^t)$  为消费品的法币价格, 记  $Q_t = Q(\theta^t)$  为消费品的比特币价格。用  $b_{t,j}$  表示 I 型参与者使用比特币交换的消费品数量, 用  $d_{t,j}$  表示使用法币交换的消费品数量。I 型参与者不能融资, 但可以选择保留部分法币和比特币, 他面临的预算约束是:

$$0 \leq Q_t b_{t,j} \leq B_{t,j}$$

$$0 \leq P_t d_{t,j} \leq D_{t,j}$$

I型参与者消费量为  $c_{t,j} = b_{t,j} + d_{t,j}$ 。消费结束后, 下一期他

持有的法币和比特币数量分别是:

$$B_{t+1,j} = B_{t,j} - Q_t b_{t,j} \geq 0$$

$$D_{t+1,j} = D_{t,j} - P_t d_{t,j} \geq 0$$

$t$  期是偶数期, 则  $t+1$  期是奇数期,  $t+1$  期 I 型参与者转而生产  $y_t$  单位消费品, 在整个  $t+1$  期, 他提供了  $e_{t,j} \geq 0$  单位劳动, 来获得新的比特币供给, 供给方程是:

$$A_{t+1,j} = f(e_{t,j}; B_{t+1})$$

方程  $f(\cdot, \cdot)$  是严格凹函数, 二阶可导, 是一阶严格增函数, 二阶严格减函数。 $f(0, \cdot) = 0$ , 这一设定体现了比特币供给的工作量证明机制,  $t+1$  期的比特币产出由当期期初比特币总量和当期参与者在挖矿上付出的劳动决定。I 型参与者在奇数期生产比特币, II 型参与者在偶数期生产比特币。比特币供给函数具体形式的一个例子是:  $f(e, B) = \varnothing \left( \frac{e}{B} \right)^\alpha$ , 其中  $\varnothing < 0$ ,  $0 < \alpha < 1$ 。

在奇数期  $t+1$  期, I 型参与者生产消费品, 数量为  $y_{t+1,j}$ , 并向 II 型参与者出售消费品, 除此之外 I 型参与者所生产的消费品别无它用。给定市场价格  $P_{t+1}$  和  $Q_{t+1}$ , 他会决定出售消费品换取比特币的比例  $x_{t+1,j}$  和换取法币的比例  $z_{t+1,j}$ , 且:

$$x_{t+1,j} + z_{t+1,j} = y_{t+1,j}$$

交易完成后, I 型参与者持有数量为  $D_{t+1,j} + P_{t+1} z_{t+1,j}$  的法币。在偶数期  $t+2$  期, 中央银行向 I 型参与者支付金额为  $\tau_{t+2,j}$  的转移支付后, I 型参与者在偶数期  $t+2$  期持有的法币为:

$$D_{t+2,j} = D_{t+1,j} + P_{t+1} z_{t+1,j} + \tau_{t+2,j}$$

相应的,  $t+2$  期的法币总存量是:

$$D_{t+2} = D_{t+1} + \int_{j=0}^2 \tau_{t+1,j} dj$$

对于比特币, I 型参与者在偶数期  $t+2$  持有的比特币数量是:

$$B_{t+2} = A_{t+1,j} + B_{t+1,j} + x_{t+1} Q_{t+1}$$

相应的,  $t+2$  期的比特币总存量是:

$$B_{t+2} = B_{t+1} + \int_{j=0}^2 A_{t+1,j} dj$$

至此, I 型参与者完成偶数期消费-奇数期生产-偶数期消费的循环。I 型参与者在  $t=0$  的初始时期使用法币和比特币从 II 型参与者手中交换消费品并进行消费, 因此假设在初始阶段, 所有的法币和比特币在 I 型参与者手中, II 型参与者在  $t=0$  的初始时期一无所有, 通过生产消费品, 向 I 型参与者换取法币与比特币。

### 3. II型参与者的模型构造

II 型参与者的行为与预算约束与 I 型参与者完全对称, II 型参与者在偶数期生产, 奇数期消费。当 II 型参与者在偶数期  $t$  进入模型, 消费品的法币和比特币市场价格分别是  $P_t$  和  $Q_t$ , II 型参与者生产数量为  $y_{t,j}$  的消费品, 并与 I 型参与者进行交换, 换取数量为  $x_{t,j}$  的比特币和数量为  $z_{t,j}$  的法币。在  $t+1$  期, II 型参与者持有的法币数量和比特币数量分别:

$$D_{t+1,j} = D_{t,j} + P_t z_{t,j} + \tau_{t+1,j}$$

$$B_{t+1} = A_{t,j} + B_{t,j} + x_t Q_t$$

$t+1$  期变为奇数期, 此时 II 型参与者转而消费, 使用手中

的法币和比特币向I型参与者交换消费品。此时消费品的法币价格是 $P_{t+1}$ ，消费品的比特币价格是 $Q_{t+1}$ ，其预算约束为：

$$0 \leq Q_{t+1} b_{t+1,j} \leq B_{t+1,j}$$

$$0 \leq P_{t+1} d_{t+1,j} \leq D_{t+1,j}$$

II型参与者在 $t+1$ 期的消费量为 $c_{t+1,j} = b_{t+1,j} + d_{t+1,j}$ 。当交换完成后，下一期II型参与者所持有的法币与比特币数量分别是：

$$B_{t+2,j} = B_{t+1,j} - Q_{t+1} b_{t+1,j} \geq 0$$

$$D_{t+2,j} = D_{t+1,j} - P_{t+1} d_{t+1,j} \geq 0$$

至此，II型参与者完成偶数期生产-奇数期消费-偶数期生产的循环。

### 三、从封闭经济到小型开放经济

#### 1. 模型改进

Schilling和Uhlig(2018)在进一步的讨论中，将上述模型设置简化，假设I型和II型参与者各有1个，以便于讨论均衡性质。此外我们将模型拓展至小型开放经济，引入国外消费品及其法币与比特币的两种定价，从而考察在小型开放经济中比特币流通和商品贸易等诸多方面的性质。

上述的模型构造中，I型参与者和II型参与者的数量均为连续统个。进一步的研究中，假设存在1个I型参与者和1个II型参与者，以便于在不失一般性的条件下简化模型分析。我们以下标I和II替代j，分别代表I型参与者和II型参与者做出的决策。例如， $B_{t,I}$ 代表t期I型参与者的比特币持有量。注意到在这一情形下，每一期只有1个参与者在生产或消费，因此消费量等变量的归属可以根据t期为奇数期或偶数期加以判断，而不作特定标记，例如 $d_{t,d}$ 在t为奇数期时为II型参与者的国内法币交易量，在t为偶数期时为I型参与者的国内法币交易量。

我们在上述封闭经济模型基础上，考虑一个小型开放经济，加入比特币的跨国流动，以及消费品的进出口。假设国外消费品不同于国内消费品，小型开放经济下国外消费品的法币价格和比特币价格为外生给定，则参与者在消费环节会分别使用法币和比特币购买国内及国外消费品。在生产环节，参与者会将一定数量的消费品出口，以换取一定流量的法币和比特币。在引入进出口后，模型的均衡会发生改变。消费者效用可刻画为：

$$U = E \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[ \xi_{t,j} v(c_t, w_t) - (1 - \xi_{t,j}) e_t \right] \right\}$$

效用函数 $v(c_t, w_t)$ 二阶可导且

$$\frac{\partial v(c_t, w_t)}{\partial c_t} > 0, \quad \frac{\partial v(c_t, w_t)}{\partial w_t} > 0, \quad \frac{\partial^2 v(c_t, w_t)}{\partial^2 c_t} < 0, \quad \frac{\partial^2 v(c_t, w_t)}{\partial^2 w_t} < 0,$$

$$\lim_{c_t \rightarrow 0} \frac{\partial v(c_t, w_t)}{\partial c_t} \rightarrow +\infty, \quad \lim_{w_t \rightarrow 0} \frac{\partial v(c_t, w_t)}{\partial w_t} \rightarrow +\infty.$$

新的效用函数 $v(c_t, w_t)$ 中，效用来源于国内消费品消费量 $c_t$ 和国外消费品消费量 $w_t$ 。这样的效用函数设定，是为了区别国内消费品和国外消费品，两者非同种商品，效用函数形式有差异。其中国内消费品消费量是：

$$c_t = d_{t,d} + b_{t,d}$$

$d_{t,d}$ 代表用法币交换的国内消费品数量， $b_{t,d}$ 代表用比特币交换的国外消费品数量。国外消费品消费量为：

$$w_t = d_{t,f} + b_{t,f}$$

$d_{t,f}$ 表示用法币交换的国外消费品数量， $b_{t,f}$ 表示用比特币交换的国外消费品数量。法币的预算约束是：

$$0 \leq P_t d_{t,d} + S_t d_{t,f} \leq D_{t,j}$$

比特币的预算约束为：

$$0 \leq Q_t b_{t,d} + R_t b_{t,f} \leq B_{t,j}$$

消费期过后参与者j的法币持有量为：

$$D_{t,j} = P_t d_{t,d} + S_t d_{t,f}$$

比特币持有量为：

$$B_{t+1,j} = B_{t,j} - \frac{b_{t,d}}{Q_t} - \frac{b_{t,f}}{R_t}$$

生产期过后参与者j的法币持有量为：

$$D_{t+1,j} = D_{t,j} + P_t z_{t,d} + S_t z_{t,f} + \tau_{t+1,j}$$

生产期过后参与者j的比特币持有量为：

$$B_{t+2,j} = A_{t+1,j} + B_{t+1,j} + \frac{x_{t+1}}{Q_{t+1}} + \frac{s_{t+1}}{R_{t+1}}$$

此时的市场出清条件为：

$$\text{比特币市场: } B_t = B_{t,I} + B_{t,II}$$

$$\text{法币市场: } D_t = D_{t,I} + D_{t,II}$$

$$\text{消费品生产: } y_t = z_{t,d} + z_{t,f} + x_{t,d} + x_{t,f}$$

$$\text{以比特币交易的国内消费品市场均衡: } b_{t,d} = x_{t,d}$$

$$\text{以法币交易的国外消费品市场均衡: } d_{t,d} = x_{t,d}$$

#### 2. 参与者的最优化

下面我们分别对两种参与者的最优化问题进行刻画。模型

表2 模型符号及含义

符号	含义
$d_{t,d}$	t期以法币购买的国内消费品消费量
$d_{t,f}$	t期以法币购买的国外消费品消费量
$d_{t,d}$	t期以比特币购买的国内消费品消费量
$d_{t,f}$	t期以比特币购买的国外消费品消费量
$c_t$	t期国内消费品消费量 $c_t = d_{t,d} + b_{t,d}$
$w_t$	t期国外消费品消费量 $w_t = d_{t,f} + b_{t,f}$
$P_t$	t期国内消费品的法币价格
$S_t$	t期国外消费品的法币价格
$Q_t$	t期国内消费品的比特币价格(以消费品定价)
$R_t$	t期国外消费品的比特币价格(以消费品定价)
$z_{t,d}$	t期用于国内交换法币的消费品生产量
$z_{t,f}$	t期用于出口交换法币的消费品生产量
$x_{t,d}$	t期用于国内交换比特币的消费品生产量
$x_{t,f}$	t期用于出口交换比特币的消费品生产量
$y_t$	t期消费品生产量 $y_t = z_{t,d} + z_{t,f} + x_{t,d} + x_{t,f}$
$e_{t,j}$	t期参与者j为获得比特币的付出
$A_t$	t期比特币供给
$\tau_t$	t期参与者获得的法币转移支付
$D_{t,j}$	t期参与者j的法币余额
$B_{t,j}$	t期参与者j的比特币余额
$D_t$	t期所有法币存量
$B_t$	t期所有比特币存量
$D_{t,d}$	t期用于国内消费品交易的法币数量
$D_{t,f}$	t期用于国外消费品交易的法币数量
$B_{t,d}$	t期用于国内消费品交易的比特币数量
$B_{t,f}$	t期用于国外消费品交易的比特币数量

刻画和进一步的均衡分析采用的符号如表2。

(1) I型参与者的最优化

给定法币与比特币总量  $(B_{t,1}, D_{t,1}, \tau_{t,1})$  生产消费品数量  $y_t$ , 消费品的法币和比特币价格  $(P_t, Q_t)$ , 和  $t=0$  期的法币和比特币持有量  $B_{0,1}=B_0, D_{0,1}=D_0$ , 这意味着  $t=0$  时 I 型参与者持有了所有的法币与比特币。I 型参与者在偶数期选择使用法币购买的国内消费品消费数量  $d_{t,d}$  和国外消费品消费数量  $d_{t,f}$ 、使用比特币购买的国内消费品消费数量  $b_{t,d}$  和国外消费品消费数量  $b_{t,f}$ , 国内消费品消费数量  $c_t = d_{t,d} + b_{t,d}$  和国外消费品消费数量  $w_t = d_{t,f} + b_{t,f}$  相应确定。同时 I 型参与者在奇数期选择换取国内法币的消费品数量  $z_{t,d}$ 、国外法币的消费品数量  $z_{t,f}$ 、国内比特币的消费品数量  $x_{t,d}$  和国外比特币的消费品数量  $x_{t,f}$ , 为获得新增比特币付出的劳动  $e_{t,1}$ , 相应获得的新增比特币为  $A_t$ 。I 型参与者在  $t$  期的法币持有量为  $B_{t,1}$ , 比特币持有量为  $D_{t,1}$ 。上述所有变量都是非负的。I 型参与者的效用函数是:

$$U = E \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \left[ \xi_{t,1} v(c_t, w_t) - (1 - \xi_{t,1}) e_t \right] \right\}$$

偶数期时  $\xi_{t,1}=1$ , 奇数期时  $\xi_{t,1}=0$ 。I 型参与者在偶数期消费, 面临的预算约束是:

$$0 \leq Q_t b_{t,d} + R_t b_{t,f} \leq B_{t,1} \quad (\text{比特币预算约束})$$

$$0 \leq P_t d_{t,d} + S_t d_{t,f} \leq D_{t,1} \quad (\text{法币预算约束})$$

$$c_t = d_{t,d} + b_{t,d} \quad (\text{国内消费})$$

$$w_t = d_{t,f} + b_{t,f} \quad (\text{国外消费})$$

$$D_{t+1,1} = D_{t,1} - P_t d_{t,d} - S_t d_{t,f} \quad (\text{期末法币余额})$$

$$B_{t+1,1} = B_{t,1} - Q_t b_{t,d} - R_t b_{t,f} \quad (\text{期末比特币余额})$$

I 型参与者在奇数期从事生产消费品, 面临的预算约束是:

$$A_t = f(e_{t,1}; B_t) \quad (\text{比特币供给})$$

$$y_t = z_{t,d} + z_{t,f} + x_{t,d} + x_{t,f} \quad (\text{消费品生产})$$

$$D_{t+1,1} = D_{t,1} + P_t z_{t,d} + S_t z_{t,f} + \tau_{t+1} \quad (\text{期末法币余额})$$

$$B_{t+1,1} = B_{t,1} + Q_t x_{t,d} + R_t x_{t,f} + A_t \quad (\text{期末比特币余额})$$

(2) II 型参与者的最优化

与 I 型参与者不同的是,  $t=0$  初始状态 ( $t=0$  是偶数期) 时, II 型参与者只进行生产而不进行消费, 他的法币与比特币持有量  $D_{0,2} = B_{0,2} = 0$ 。II 型参与者的最优化问题和决策模式与 I 型参与者类似, 只是消费和生产的时间相反。II 型参与者的效用函数是:

$$U = E \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \left[ \xi_{t,2} v(c_t, w_t) - (1 - \xi_{t,2}) e_t \right] \right\}$$

奇数期时  $\xi_{t,2}=1$ , 偶数期时  $\xi_{t,2}=0$ 。II 型参与者在奇数期消费, 面临的预算约束是:

$$0 \leq Q_t b_{t,d} + R_t b_{t,f} \leq B_{t,2} \quad (\text{比特币预算约束})$$

$$0 \leq P_t d_{t,d} + S_t d_{t,f} \leq D_{t,2} \quad (\text{法币预算约束})$$

$$d_{t,d} + b_{t,d} = c_t \quad (\text{国内消费})$$

$$d_{t,f} + b_{t,f} = w_t \quad (\text{国外消费})$$

$$D_{t+1,2} = D_{t,2} - P_t d_{t,d} - S_t d_{t,f} \quad (\text{期末法币余额})$$

$$B_{t+1,2} = B_{t,2} - Q_t b_{t,d} - R_t b_{t,f} \quad (\text{期末比特币余额})$$

II 型参与者在偶数期从事生产消费品, 面临的预算约束是:

$$A_t = f(e_{t,2}; B_t) \quad (\text{比特币供给})$$

$$y_t = z_{t,d} + z_{t,f} + x_{t,d} + x_{t,f} \quad (\text{消费品生产})$$

$$D_{t+1,2} = D_{t,2} + P_t z_{t,d} + S_t z_{t,f} + \tau_{t+1} \quad (\text{期末法币余额})$$

$$B_{t+1,2} = B_{t,2} + Q_t x_{t,d} + R_t x_{t,f} + A_t \quad (\text{期末比特币余额})$$

四、均衡性质讨论

在前述小型开放经济的模型框架下, 我们尝试对均衡的若干性质进行了讨论, 研究了几个我们关心的问题。我们首先提出如下假设。

假设 1: 参与者之间具有当期消费偏好。

对于所有的  $t$  来说, 都有下面两式成立:

$$\frac{\partial v(c_t, w_t)}{\partial c_t} - \beta E_t \left[ \frac{\partial v(c_{t+1}, w_{t+1})}{\partial c_{t+1}} \right] > 0$$

$$\frac{\partial v(c_t, w_t)}{\partial w_t} - \beta E_t \left[ \frac{\partial v(c_{t+1}, w_{t+1})}{\partial w_{t+1}} \right] > 0$$

即当期消费的效用高于下一期消费的效用。因两种参与者交替进行消费, 因此某个参与者当期消费的效用, 高于另一个参与者下期消费的效用, 该假设是参与者之间的当期消费偏好。从假设 1 可以推出参与者自身的当期消费偏好, 即:

推论 1: 参与者自身具有当期消费偏好。

对于所有的  $t$  来说, 都有:

$$\frac{\partial v(c_t, w_t)}{\partial c_t} - \beta^2 E_t \left[ \frac{\partial v(c_{t+2}, w_{t+2})}{\partial c_{t+2}} \right] > 0$$

$$\frac{\partial v(c_t, w_t)}{\partial w_t} - \beta^2 E_t \left[ \frac{\partial v(c_{t+2}, w_{t+2})}{\partial w_{t+2}} \right] > 0$$

即当期消费的效用高于放在以后消费的效用。因两种参与者交替进行消费, 因此对某个消费者来说,  $t$  期消费后, 下一期消费时是  $t+2$  期。

在上述假设下, 我们可以得到若干基础性质如下:

性质 1: 法币净尽。参与者总是花光所有的法币预算, 即偶数期时有  $D_t = D_{t,1}$  且  $D_{t,2} = 0$ , 奇数期时  $D_t = D_{t,2}$  且  $D_{t,1} = 0$ 。基于推论 1, 容易理解性质 1: 若参与者在  $t$  期不花光所有的法币, 则他可以选择保留法币并在  $t+2$  期消费, 而推论 1 告诉我们,  $t+2$  期消费效用低于  $t$  期的消费效用, 理性的参与者更偏好于在  $t$  期消费而不会选择在  $t+2$  期消费, 因此所有的法币都会被花光。小型开放经济下的这一性质, 与封闭经济下无异。

性质 2: 货币政策。当中央银行以维持物价稳定 (即  $P_t \equiv 1$ ) 为目标时有  $D_t = z_{t,d} + z_{t,f}$ , 且转移支付为:

$$\tau_t = z_{t,d} + z_{t,f} - z_{t-1,d} + z_{t-1,f}$$

我们先从  $t+1$  为偶数期开始看, 根据性质 1 有  $D_{t+1,2} = D_{t,1} = 0$ , 此时市场出清条件是:

$$D_{t+1} = D_{t+1,1} + D_{t+1,2} = D_{t+1,1} = P_t z_{t,d} + S_t z_{t,f} + \tau_{t+1}$$

同理  $t+1$  为奇数时, 上述式子变为:

$$D_{t+1} = D_{t+1,2} = P_t z_{t,d} + S_t z_{t,f} + \tau_{t+1}$$

又因为  $D_{t+1} = D_t + \tau_{t+1}$ , 因此有  $D_t = P_t z_{t,d} + S_t z_{t,f}$ 。当中央银行坚持  $P_t \equiv 1$  时,  $D_t = z_{t,d} + S_t z_{t,f}$ 。同样,  $D_{t+1} = z_{t+1,d} + S_{t+1} z_{t+1,f}$ 。

又有刚刚得到的式子  $D_{t+1} = D_t + \tau_{t+1}$ ，且  $P=1$ ，代入  $D_{t+1} = P_t z_{t,d} + S_t z_{t,r} + \tau_{t+1}$  后得到：

$$\tau_{t+1} = z_{t+1,d} - z_{t,d} + S_{t+1} z_{t+1,r} + S_t z_{t,r}$$

根据 Schilling 和 Uhlig(2018) 的研究，在封闭经济下，中央银行的转移支付  $\tau_{t+1} = z_{t+1,d} - z_{t,d}$ ，但是在小型开放经济下，转移支付也受国外消费品的法币价格和消费品影响。

下面我们基于上述假设与模型均衡，从比特币行为存在性与比特币流通性质出发，提出并讨论若干命题。

**1. 比特币均衡条件：生产、流通与投机**

命题1：比特币生产条件。

若下面两式至少有一个成立，则比特币生产达到均衡

$$\beta E_t \left[ \frac{\partial v(c_{t+1}, w_{t+1})}{\partial c_{t+1}} \frac{\partial f(e_t; B_t)}{\partial e_t} \frac{1}{Q_{t+1}} \right] = 1$$

$$\beta E_t \left[ \frac{\partial v(c_{t+1}, w_{t+1})}{\partial w_{t+1}} \frac{\partial f(e_t; B_t)}{\partial e_t} \frac{1}{R_{t+1}} \right] = 1$$

该命题意味着参与者为了生产比特币付出的1单位效用损失，可以无差异地由所生产的比特币，在消费期t+1期交换国内消费品或国外消费品来补偿。在 Schilling 和 Uhlig (2018) 的封闭经济模型中，他们讨论了这一条件，我们将其推广到了小型开放经济。更一般的均衡中，有下面的式子成立：

$$\beta E_t \left[ \frac{\partial v(c_{t+1}, w_{t+1})}{\partial c_{t+1}} \frac{\partial f(e_t; B_t)}{\partial e_t} \frac{1}{Q_{t+1}} \right] = 1$$

$$\beta E_t \left[ \frac{\partial v(c_{t+1}, w_{t+1})}{\partial w_{t+1}} \frac{\partial f(e_t; B_t)}{\partial e_t} \frac{1}{R_{t+1}} \right] = 1$$

命题2：比特币流通条件。

若下面两式至少有一个成立，则存在比特币与消费品之间的流通

$$\frac{\partial v(c_{t+1}, w_{t+1})}{\partial c_{t+1}} = E_t \left[ \frac{\partial v(c_{t+1}, w_{t+1})}{\partial c_{t+1}} \frac{Q_t}{Q_{t+1}} \right]$$

$$\frac{\partial v(c_{t+1}, w_{t+1})}{\partial w_{t+1}} \frac{S_t}{S_{t+1}} = E_t \left[ \frac{\partial v(c_{t+1}, w_{t+1})}{\partial w_{t+1}} \frac{R_t}{R_{t+1}} \right]$$

上述式子的意义是，在t期用1单位消费品将其用来交换法币或者比特币，在t+1期再换回消费品，得到的效用与在t期1单位消费品的边际效用相同。上述两式分别代表国内消费品和国外消费品。Schilling 和 Uhlig(2018)在封闭经济模型中讨论了比特币的流通条件，命题2是其小型开放经济下的推广。更一般的均衡中，有下面的式子成立：

$$\frac{\partial v(c_{t+1}, w_{t+1})}{\partial c_{t+1}} = \frac{\partial v(c_{t+1}, w_{t+1})}{\partial w_{t+1}} \frac{S_t}{S_{t+1}} = E_t \left[ \frac{\partial v(c_{t+1}, w_{t+1})}{\partial c_{t+1}} \frac{Q_t}{Q_{t+1}} \right]$$

$$E_t \left[ \frac{\partial v(c_{t+1}, w_{t+1})}{\partial w_{t+1}} \frac{R_t}{R_{t+1}} \right]$$

命题3：比特币投机条件。

若下面两式至少有一个成立，则存在比特币投机：

$$\frac{\partial v(c_{t+1}, w_{t+1})}{\partial c_{t+1}} < \beta^2 E_t \left[ \frac{\partial v(c_{t+2}, w_{t+2})}{\partial c_{t+2}} \frac{Q_t}{Q_{t+2}} \right]$$

$$\frac{\partial v(c_{t+1}, w_{t+1})}{\partial w_{t+1}} \frac{S_t}{S_{t+2}} < \beta^2 E_t \left[ \frac{\partial v(c_{t+2}, w_{t+2})}{\partial w_{t+2}} \frac{R_t}{R_{t+2}} \right]$$

公式的含义是，减少t期消费用以换取比特币，在t+2期使用等量的比特币再次交换消费品，带来的效用高于使用法币进行同样的交换。上述两式分别代表国内消费品和国外消费品。市场参与者选择延期使用比特币换取消费品，以获取更大效用，这是对比特币投机行为的一个刻画。因为比特币投机的存在，使得比特币在每一期并没有净尽。命题3推广了 Schilling 和 Uhlig(2018)在封闭经济模型中对比特币投机条件的讨论。在性质1中，我们已经提到，无论在封闭经济还是开放经济下，法币都是净尽的，但比特币在投机条件成立时，并不是净尽的。

**2. 比特币流出、定价与资本外逃**

命题4：小型开放经济下国内外的比特币购买力相同。

证明：当国内消费品和国外消费品为同种商品时，只要证明两者的比特币价格相等即可。均衡时有边际效用之比等于比特币价格之比，即有下式成立：

$$\frac{\partial v(c_t, w_t)}{\partial c_t} = \frac{Q_t}{R_t}$$

$$\frac{\partial v(c_t, w_t)}{\partial w_t}$$

整理得国内比特币价格为：

$$Q_t = \frac{\partial v(c_t, w_t)}{\partial c_t} R_t$$

$$\frac{\partial v(c_t, w_t)}{\partial w_t}$$

当国内消费品和国外消费品为同种商品时，意味着国内消费品与国外消费品给参与者带来的效用等价，即效用函数形式

变为  $v'(c_t + w_t)$ ，此时  $\frac{\partial v'(c_t + w_t)}{\partial w_t} = \frac{\partial v'(c_t + w_t)}{\partial c_t}$ ，这时候国内比特币价格为：

$$Q_t = \frac{\partial v(c_t, w_t)}{\partial c_t} R_t = \frac{\partial v(c_t + w_t)}{\partial c_t} R_t = R_t$$

$$\frac{\partial v(c_t, w_t)}{\partial w_t}$$

即  $Q_t = R_t$ ，同种商品在国内外的比特币价格相等。在开放经济下，消费者面临比特币在国内消费品和国外消费品之间的分配，以使自身效用达到最大化，如果  $Q_t < R_t$ ，意味着国内消费品价格低廉，比特币在国内购买力更强，消费者会减少国外消费品消费来换取更多的国内消费以增进福利，生产者会将产品尽可能多的出口以换取更多比特币，从而使用于国内消费的比特币上升， $Q_t$  上升；同理，如果  $Q_t > R_t$ ，则  $Q_t$  会下降，最终均衡时，有  $Q_t = R_t$ 。

上述命题的意义是，从小型开放经济均衡阐释了比特币在国内外的无套利理论与一价定律。由于我们的讨论框架是小型开放经济，因此国内价格  $Q_t$  跟随国外价格  $R_t$  变动。 $Q_t$  和  $R_t$  代表了在国内外以消费品为衡量标尺的比特币价格， $Q_t=R_t$  意味着比特币在国内外定价相同。这一命题从理论上刻画了比特币市场上的无套利理论与一价定律，国内外价格接轨的过程，也是套利机制驱动国内外比特币价格趋于一致的过程。图1展示了比特币折算汇率与官方汇率走势，如果比特币折算汇率与官方汇率一致，则说明比特币价格在中美之间的一致性，从而佐证了这一命题。

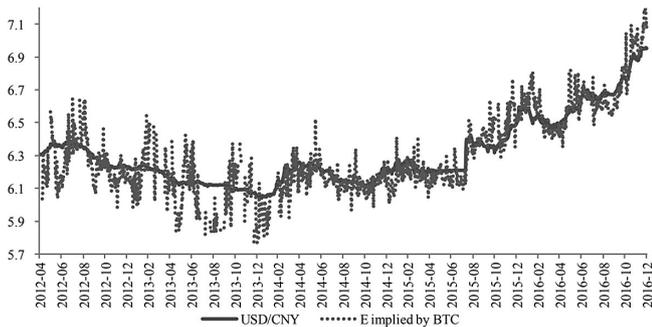


图1 比特币折算汇率与官方汇率走势图

注：官方汇率为人民币兑美元的在岸即期汇率，数据来自Wind资讯。比特币折算汇率由Bitcoincharts.com提供的所有中国内地5家交易所的加权平均人民币价格和58家境外交易所的加权平均美元价格计算，以成交量作为权重。

图1中可见，比特币折算汇率始终围绕着官方汇率波动，具有明显的跟随趋势，我们在进一步的研究中还发现，比特币折算汇率与官方汇率之间存在显著的协整关系，说明两者具有一致的长期趋势。这些典型证据指向一个事实：套利机制驱动着比特币价格在中美之间趋于一致，使一价定律和无套利理论成立。Ju et al. (2016)在研究中也发现，在剔除资本外逃因素后，比特币在中国的溢价消失，中美比特币报价趋于一致。我们依据小型开放经济的一个模型为上述发现提供了理论依据。

命题5：小型开放经济下法币的资本控制会使国内比特币价格上升。

证明：我们以参与者使用法币购买国外消费品所需付出的额外  $k_t$  指代法币的资本控制，资本控制越严格，这种成本也就越高。由均衡条件：

$$\frac{\partial v(c_t, w_t)}{\partial c_t} = \frac{P_t}{(1+k_t)S_t} = \frac{Q_t}{R_t}$$

得到国内消费品的比特币价格为  $Q_t = \frac{P_t R_t}{(1+k_t)S_t}$ ，当中央银行

以稳定物价  $P_t=1$  为目标时， $Q_t = \frac{R_t}{(1+k_t)S_t}$ 。国外消费品的法币价格  $S_t$  和比特币价格  $R_t$  外生给定，因此  $Q_t$  相应确定。当  $k_t=0$  时，代表没有资本控制。当存在资本控制时，参与者在购买

国外消费品时需要付出价格的  $k_t$  倍作为额外成本，其最终价格可记为  $(1+k_t)S_t$ ，其中  $k_t > 0$ ，此时国内消费品的比特币价格

$$Q_t = \frac{R_t}{(1+k_t)S_t} < \frac{R_t}{S_t} \text{ 下降，即比特币的价格上升。}$$

这一定理，从比特币贸易的角度阐述了一国的资本控制程度与比特币定价之间的关系。参与者使用法币购买国外消费品时存在的限制越大，购买国外消费品所需的额外付出越多，意味着该国资本控制政策越严格，参与者倾向于使用比特币购买国外消费品，从而提高国内比特币的价格。Pieters (2016) 和 Yu and Zhang (2017) 均发现，比特币的母国溢价，可以用来衡量资本控制程度和资本外逃成本，且比特币溢价越高的国家，往往意味着该国面临更加严苛的资本控制，由表3所示。命题5从比特币的贸易角度为这一结论提供了理论支持。

表3 比特币溢价与汇率制度安排

国家	2014比特币溢价(%)	汇率制度安排(2014 IMF定义)
加拿大	-0.01	自由浮动(Free Floating)
英国	0.01	自由浮动(Free Floating)
澳大利亚	0.02	自由浮动(Free Floating)
日本	0.03	自由浮动(Free Floating)
新西兰	0.03	浮动(Free Floating)
挪威	-0.47	自由浮动(Free Floating)
南非	0.56	浮动(Free Floating)
墨西哥	-0.95	自由浮动(Free Floating)
瑞典	1.15	自由浮动(Free Floating)
俄罗斯	4.42	其它有管理的安排(Crawl-like arrangement)
泰国	-5.16	浮动(Free Floating)
波兰	-5.91	自由浮动(Free Floating)
阿根廷比索	44.02	类似爬行安排(Crawl-like arrangement)

注：根据克鲁格曼提出的不可能三角，浮动汇率制度对应着货币政策独立和资本自由流动；数据由作者根据Pieters (2016) 的研究结论整理。

命题6：小型开放经济下过度的比特币流出会带来国内比特币价格上升和福利损失。

证明：通过观察国内消费品价格公式和均衡条件即可得出该命题结论。首先国内比特币价格为：

$$Q_t = \frac{B_{t,j} - b_{t,f}}{y_t - z_{t,d} - z_{t,f} - x_{t,f}} = \frac{b_{t,d}}{x_{t,d}}$$

如果比特币持续流出，用以购买国内消费品的比特币数量  $b_{t,d}$  相应下降，国内消费品价格  $Q_t$  下降，因而比特币的价格上升。同时均衡时参与者已处于帕累托最优状态，任何改变都会使福利下降，所以比特币的持续流出也带来了参与者福利的损失。

过度的比特币流出会使我们构建的小型开放经济偏离均衡，带来的结果是国内比特币价格的上升和参与者福利的损失。均衡的这种偏离，违背了比特币市场的一价定律与无套利

理论，也违背了参与者效用最大化的目标，以效用最大化为目标的参与者自身并无动力使偏离均衡。只有当参与者有新的动机引入时，才会推动均衡的改变。我们所关心的比特币渠道资本外逃因素即为情形之一，它促使比特币的过度流出，导致了国内比特币价格升高和参与者福利损失。比特币交易成本低、速度快、规模大，具备在强资本控制政策国家形成严重的短期国际资本异常流动的可能，给防范金融风险与维护金融稳定带来很大隐患(Obstfeld, 2012)。Pieters(2016)的研究显示，泰国在2014年5月军事政变期间、波兰在2014年12月俄罗斯金融市场暴跌期间、南非在2015年4月骚乱期间和波兰在2015年5月大选期间，均出现了借助比特币的资本异常流出迹象，导致比特币溢价扩大，出现短期脉冲迹象。南非在2015年4月骚乱前后的比特币折算汇率与官方汇率走势图2，骚乱发生后比特币在当地的溢价陡增，当骚乱平息后溢价消失，这意味着骚乱期间比特币为大量资本的短期异常流出推波助澜。比特币渠道资本外逃的突然增加，抬高了本国的比特币价格，形成溢价。这一命题的提出为比特币渠道资本外逃与比特币溢价之间的联系与传导机制提供了理论解释。

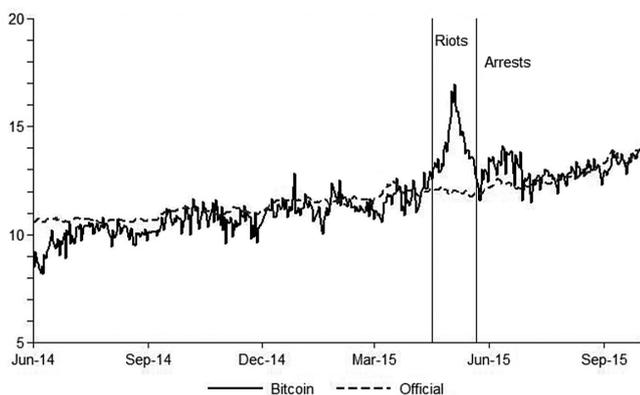


图2 南非骚乱期间比特币折算汇率与官方汇率走势

注：图片来自于Pieters (2016) 的研究。

### 3. 均衡刻画

Schilling 和 Uhlig(2018)构建了封闭经济模型框架，但并没有尝试均衡求解。我们将他们的模型拓展至小型开放经济框架下，尝试在一些命题条件约束下，对均衡状态进行刻画。根据法币净尽(性质1)，并假设比特币流通条件(命题2)成立而比特币投机条件(命题3)不成立，此时法币和比特币都是净尽的。

参与者在消费期有均衡条件：

$$\frac{\partial v(c_t, w_t)}{\partial c_t} = \frac{P_t}{S_t} = \frac{Q_t}{R_t}$$

$$\frac{\partial v(c_t, w_t)}{\partial w_t}$$

由此得到  $Q_t = \frac{P_t R_t}{S_t}$ ，代入法币和比特币的市场出清条件，

有如下两式：

$$P_t d_{t,d} + S_t d_{t,f} = D_{t,j}$$

$$\frac{P_t R_t}{S_t} b_{t,d} + R_t b_{t,f} = B_{t,j}$$

整理得：

$$P_t d_{t,d} + S_t d_{t,f} = D_{t,j}$$

$$P_t b_{t,d} + S_t b_{t,f} = \frac{S_t}{P_t R_t} B_{t,j}$$

此时有：

$$P_t (d_{t,d} + b_{t,d}) + S_t (d_{t,f} + b_{t,f}) = D_{t,j} + \frac{S_t}{R_t} B_{t,j}$$

即：

$$P_t c_t + S_t w_t = D_{t,j} + \frac{S_t}{R_t} B_{t,j}$$

又由  $P_t = \frac{D_{t,d}}{z_{t,d}}$  和  $Q_t = \frac{B_{t,d}}{x_{t,d}}$  和均衡条件  $\frac{\partial v(c_t, w_t)}{\partial c_t} = \frac{P_t}{S_t} = \frac{Q_t}{R_t}$ ，我

们得到：

$$\frac{D_{t,d}}{S_t z_{t,d}} = \frac{B_{t,d}}{R_t x_{t,d}}$$

整理后有均衡时以比特币销售的国内消费品与以法币销售的国内消费品数量之比：

$$x_{t,d} = \frac{S_t}{R_t} \frac{B_{t,d}}{D_{t,d}} z_{t,d}$$

销售到以换取法币和比特币的消费品数量之间存在以下关系：

$$x_{t,f} + z_{t,f} = y_t - \left(1 + \frac{S_t}{R_t} \frac{B_{t,d}}{D_{t,d}}\right) z_{t,d}$$

两种参与者生产和消费的国内消费品均衡表示为，以法币和比特币生产的消费品与各自货币购买的消费品数量相等：

$$z_{t,d} = d_{t,d}$$

$$x_{t,d} = b_{t,d}$$

若考虑中央银行以物价稳定( $P_t \equiv 1$ )为目标的货币政策(性质2)，则有：

$$c_t + S_t w_t = D_{t,j} + \frac{S_t}{R_t} B_{t,j}$$

$$x_{t,d} = \frac{S_t}{R_t} B_{t,d}$$

$$x_{t,f} + z_{t,f} = y_t - \left(1 + \frac{S_t}{R_t} B_{t,d}\right) z_{t,d}$$

将 Schilling 和 Uhlig(2018)构建的封闭经济框架拓展至小型开放经济后，我们发现，均衡时法币与比特币在国内消费品和国外消费品之间的购买选择不唯一，亦即解的数量不唯一。但这并不影响我们得出一些重要的命题。

### 五、结论

在封闭经济框架下，我们对 Schilling 和 Uhlig(2018)的模型进行了10项改进，并将其拓展到了小型开放经济，得到了若干有意义的结论。在封闭经济框架下，我们基于参与者之间的

当期消费偏好(假设1)和参与者自身的当期消费偏好(推论1)两种不同的假设,分别得到了小型开放经济与封闭经济下的法币净尽(性质1)和货币政策特征(性质2),以及比特币生产(命题1)、投机(命题2)与定价(命题3)等若干方面的均衡性质。当模型被拓展至开放经济时,均衡变得不一样了,我们得到了更多有意义的研究发现:

(1)小型开放经济下国内外的比特币购买力相同(命题4),这一命题从小型开放经济均衡阐释了比特币在国内外的无套利理论与一价定律;(2)小型开放经济下法币的资本控制会使国内比特币价格上升(命题5),这一命题从比特币贸易的角度阐述了一国的资本控制程度与比特币定价之间的关系;(3)小型开放经济下过度的比特币流出带来国内比特币价格上升和福利损失(命题6),这一命题为比特币渠道资本外逃与比特币溢价之间的联系与传导机制提供了理论解释。

通过小型开放经济下的比特币模型,我们对其均衡及均衡性质进行了讨论。比特币几乎无约束的跨境流动特性,使得开放经济下比特币沦为资本外逃工具的媒介,造成社会福利的损失和传统金融秩序的失序。基于此,我们认为比特币乃至所有数字货币的发展,都应当受到严格的监管和严密的监控,严防这类新兴事物可能产生的金融风险。

【参考文献】

[1] Christin N. Traveling the Silk Road: A measurement analysis of a large anonymous online marketplace [J].Proceedings of the 22nd international conference on World Wide Web. ACM,2013.  
 [2] Garratt R, Wallace N. Bitcoin 1, Bitcoin 2,.....: An Experiment in Privately Issued outside Monies [J].Economic Inquiry,2018,56(3):1887-1897.  
 [3] Ju L, Lu T J, Tu Z. Capital flight and bitcoin regulation [J].International Review of Finance,16:3,2016:445-455.  
 [4] Obstfeld M. Does the Current Account Still Matter?[J]. American Economic Review,2012,102(3):1-23.  
 [5] Pieters G C. Bitcoin reveals unofficial exchange rates and detects capital controls [J].Social Science Electronic Publishing,2016.  
 [6] Pieters G C. Cryptocurrencies as a new global financial asset [J].Social Science Electronic Publishing,2017.  
 [7] Pieters G, Vivanco S. Financial regulations and price inconsistencies across Bitcoin markets [J].Information Economics and Policy,2017,39: 1-14.  
 [8] Schilling L, Uhlig H. Some Simple Bitcoin Economics [J].Working Paper National Bureau of Economic Research,2018.  
 [9] Yu Y G, Zhang J Y. A revisit to capital control policies when Bitcoin is in town [J].Social Science Electronic Publishing,2017.

附录1

对Schilling和Uhlig(2018)模型的改进:

- Schilling和Uhlig(2018)以 $Q_t$ 代表以消费品衡量的比特币价格,消费品的比特币价格为 $\frac{1}{Q_t}$ ,为与消费品的法币价格保持一致,我们以 $Q_t$ 代表消费品的比特币价格。
- 原文中的绿色参与者与红色参与者,我们分别改称为I

型参与者和II型参与者,以便易于理解。

3. 原文中假设存在美元和比特币两种货币。我们将美元一般化为法币,以推广模型的一般性。

4. 原文中,t期单个参与者接收的法币转移支付金额为 $\tau_t$ ,但t期的法币存量公式 $D_t=D_{t-1}+\tau_t$ 告诉我们,t期的总的法币转移支付金额也是 $\tau_t$ 。我们修正了这一表述,将t期单个参与者接收的法币转移支付金额改为 $\tau_{t,j}$ ,t期总法币转移支付金额是 $\int_{j=0}^2 \tau_{t,j}dj$ ,t期法币存量是 $D_t=D_{t-1}+\int_{j=0}^2 \tau_{t,j}dj$ 。

5. 原文中,t期期初参与者j持有的法币数量为 $\tilde{D}_{t,j}$ ,为使模型更加精简,并避免混淆,我们将t期期初的法币持有量理解为第t-1期(即第t-1期期末)所持有的法币数量 $D_{t-1}$ ,所有t期的预算约束都是受t期期初法币与比特币交易量所限,每一期交换完成后新的法币与比特币存量,成为t+1期的预算约束。转移支付在期初完成,所以当期预算约束包含转移支付;而t期新增的比特币的供给取决于t期整个周期中参与者付出的劳动,所以进入参与者t+1期的预算约束。

6. 原文一处表述为红色参与者在偶数期并不生产比特币,这与前文矛盾,并不符合模型设定,我们将这一表述改正为“红色参与者在奇数期并不生产比特币”。

7. 原文中,绿色参与者的效用表述为 $U=E\left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (\xi_{t,g} \mu(c_t) - e_t)\right]$ ,红色参与者的效用表述为 $U=E\left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (\xi_{t,r} \mu(c_t))\right]$ ,两者并不一致,且与模型设定存在差异。

绿色参与者在偶数期并不生产比特币,而该模型设定为参与者在奇数期和偶数期均生产比特币,有悖假设;而红色参与者的效用函数设定缺少偶数期比特币生产一环。我们将其修正为:绿色参与者的效用函数是 $U=E\left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\xi_{t,g} \mu(c_t) - (1 - \xi_{t,j}) e_t\right]\right]$ ,其中偶数期时 $\xi_{t,g}=1$ ,奇数期 $\xi_{t,g}=0$ ;红色参与者的效用函数是 $U=E\left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\xi_{t,r} \mu(c_t) - (1 - \xi_{t,j}) e_t\right]\right]$ ,其中奇数期时 $\xi_{t,r}=1$ ,偶数期时 $\xi_{t,r}=0$ 。

8. 原文中一个公式表述为t为奇数期时,红色参与者在t期的法币持有量为 $D_{t,r}=D_{t-1,r}+\tau_t$ ,这是与文中假设不符的,t-1期为偶数期,红色参与者从事生产比特币,所以正确的公式为 $D_{t,r}=D_{t-1,r}+P_{t-1}z_{t-1}+\tau_t$ 。

9. 原文中,在t为奇数期时,绿色参与者面临的比特币预算约束为 $0 \leq b_t \leq \frac{Q_t}{B_{t,g}}$ ,表述与原文假设不一致,应为 $0 \leq b_t \leq Q_t B_{t,g}$ 。

10. 原文的分析中,比特币产出函数被表达为 $A_{t,j}=f(e_{t,j}; B_t)$ ,但在后文具体分析中忽视了系数j。为避免混淆,我们在讨论中沿用了 $A_{t,j}=f(e_{t,j}; B_t)$ 的表达式,直到假设市场上只有两个参与者的情形时,不会产生混淆,才重新使用 $A_t$ 以简化分析。

(责任编辑: ZYN)